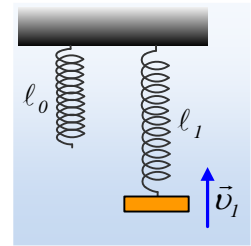


Μια πλάκα σε φθίνουσα ταλάντωση.

Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $l_0=0,4\text{m}$, δένουμε μια πλάκα μάζας $m=1\text{kg}$ και την αφήνουμε να κινηθεί τη στιγμή $t=0$. Στη διάρκεια της κίνησης, στην πλάκα ασκείται από τον αέρα δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-2,5 \cdot 10^{-3}v$ (μονάδες στο S.I.). Κάποια στιγμή t_1 η πλάκα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_1=0,8\text{m/s}$, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι $l_1=0,5\text{m}$. Για τη στιγμή αυτή t_1 να βρεθούν:



- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα, καθώς και η επιτάχυνσή της.
- ii) Η ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης. Τι εκφράζει η ισχύς αυτή;
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.
- v) Πόση μηχανική ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμική στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ και πόση θα μετατραπεί συνολικά μέχρι να ηρεμήσει η πλάκα;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα, με μέτρα:

$$w=mg=10\text{N},$$

$$F_{ελ}=k \cdot \Delta l = 100(0,5 - 0,4)\text{N} = 10\text{N}$$

$$\text{και } F_{απ}=2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8\text{N}=0,002\text{N}.$$

Και από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F=ma \rightarrow a = \frac{F_{ελ} - w - F_{απ}}{m} = \frac{-F_{απ}}{m} = -\frac{0,002}{1}\text{m/s}^2 = 0,002\text{m/s}^2.$$

- ii) Με βάση τις παραπάνω τιμές των δυνάμεων, προκύπτει ότι το σώμα τη στιγμή t_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του, οπότε τη στιγμή αυτή δεν έχει δυναμική ενέργεια ταλάντωσης (η δύναμη επαναφοράς $F=-D \cdot x = F_{ελ}-w$ είναι μηδενική), έχει όμως κινητική ενέργεια:

$$E_1 = K = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,8^2\text{J} = 0,32\text{J}$$

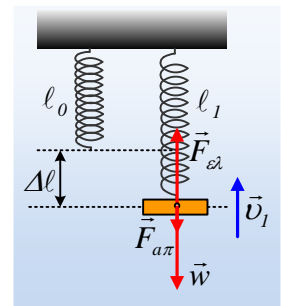
Το ελατήριο αντίθετα, είναι παραμορφωμένο, έχοντας δυναμική ενέργεια:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0,1^2\text{J} = 0,5\text{J}$$

- iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης είναι:

$$P_{F_{απ}} = \frac{dW}{dt} = \frac{|F_{απ}| \cdot |dx| \cdot \sigma \nu \alpha}{dt} = |F_{απ}| \cdot |v| \cdot \sigma \nu \nu 180^\circ = -|F_{απ}| \cdot |v| \rightarrow$$

$$P_{F_{απ}} = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8\text{W} = -16 \cdot 10^{-4}\text{W}$$



Η παραπάνω ισχύς εκφράζει τον ρυθμό, με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης (μηχανική ενέργεια), η οποία εμφανίζεται ως θερμική ενέργεια.

iv) Από το Θ.Μ.Κ.Ε έχουμε $\Delta K = \Sigma W_F$, οπότε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{|\Sigma F| \cdot |dx| \cdot \sigma \nu \alpha}{dt} = |\Sigma F| \cdot |v| \cdot \sigma \nu 180^\circ$$

$$\frac{dK}{dt} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8W(-1) = -16 \cdot 10^{-4} J/s$$

Εξάλλου για το έργο της δύναμης επαναφοράς, συντηρητικής δύναμης, έχουμε $W_{AB} = U_A - U_B = -\Delta U_{AB}$, οπότε:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{-dW_{F_{επ}}}{dt} = -\frac{|F_{επ}| \cdot |dx| \cdot \sigma \nu \alpha}{dt} = -|Dx| \cdot |v| \cdot \sigma \nu \alpha = 0$$

Αφού στη θέση αυτή $x=0$ και η δύναμη επαναφοράς είναι μηδενική.

v) Η πλάκα ξεκίνησε την ταλάντωσή της με μηδενική ταχύτητα, συνεπώς βρίσκεται σε θέση πλάτους, οπότε $A_0 = \Delta \ell = 0,1m$ και η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

$$E_0 = \frac{1}{2} DA_0^2 = \frac{1}{2} kA_0^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 0,1^2 J = 0,5J$$

Αλλά τότε μέχρι τη στιγμή t_1 έχουμε μείωση ενέργειας ταλάντωσης (μείωση μηχανικής ενέργειας):

$$\Delta E = E_0 - E_1 = 0,5J - 0,32J = 0,18J$$

Η πλάκα τελικά θα ηρεμήσει στην ίδια θέση (θέση ισορροπίας), θεωρητικά μετά από άπειρο χρόνο, οπότε όλη η αρχική ενέργεια ταλάντωσης θα έχει μετατραπεί σε θερμική, δηλαδή:

$$Q_{\theta,ολ} = E_0 = 0,5J$$

dmargaris@gmail.com