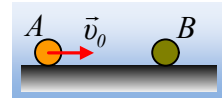


### Αποστάσεις σε μια ελαστική κρούση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σφαίρες με ίσες ακτίνες, σε απόσταση  $d_1$ . Σε μια στιγμή κτυπώντας την Α σφαίρα, της προσδίδουμε μια ταχύτητα  $v_0$ , με αποτέλεσμα τη στιγμή  $t_1=1s$  να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β.



i) Τη χρονική στιγμή  $t_2=2s$ , η απόσταση των σφαιρών είναι:

$$\alpha) d < d_1, \quad \beta) d = d_1, \quad \gamma) d > d_1.$$

ii) Αν μέχρι τη στιγμή  $t_2$  η Β σφαίρα μετατοπίζεται κατά  $x_2=1,5d_1$ , τότε η σχέση μεταξύ των μαζών των δύο σφαιρών είναι:

$$\alpha) m_1 = 1,5 m_2, \quad \beta) m_1 = 2m_2, \quad \gamma) m_1 = 3 m_2.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

#### Απάντηση:

i) Από τη διατήρηση της ορμής για την κρούση παίρνουμε:

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow$$

$$m_1(v_0 - v_1) = m_2 v_2 \quad (1)$$

όπου  $v_1$  και  $v_2$  οι ταχύτητες μετά την κρούση των δύο σφαιρών.

Αλλά η κινητική ενέργεια πριν την κρούση είναι ίση με την αντίστοιχη μετά, οπότε:

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \rightarrow$$

$$m_1(v_0^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Με διαίρεση των (2) και (1) κατά μέλη, αφού λάβουμε υπόψη ότι  $v_0 - v_1 \neq 0$ , αφού η ταχύτητα έχει αλλάξει λόγω κρούσης, παίρνουμε:

$$v_0 + v_1 = v_2 \rightarrow$$

$$v_0 = v_2 - v_1 \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) μας λέει ότι, η ταχύτητα με την οποία η Α σφαίρα πλησιάζει την Β, είναι ίση με την ταχύτητα που η Β σφαίρα απομακρύνεται της Α (σχετική ταχύτητα), μετά την κρούση.

Αλλά αν  $x_1$  και  $x_2$  οι μετατοπίσεις κάθε σφαίρας μετά την κρούση μέχρι τη στιγμή  $t_2$  ισχύει:

$$x_1 = v_1 \cdot \Delta t \quad \text{και} \quad x_2 = v_2 \cdot \Delta t \quad \text{οπότε:}$$

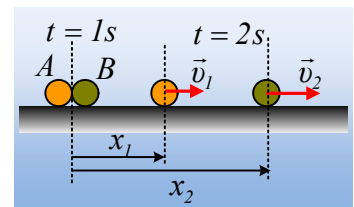
$$d = x_2 - x_1 = (v_2 - v_1) \cdot \Delta t = (v_2 - v_1) \cdot (t_2 - t_1) = v_0 \cdot t_1 = d_1$$

αφού για την κίνηση της Α σφαίρας, πριν την κρούση έχουμε  $d_1 = v_0 \cdot t_1$  ενώ  $t_2 - t_1 = t_1 = 1s$ .

ii) Αφού  $t_2 - t_1 = t_1 = 1s$  και  $x_2 = 1,5d_1$  έχουμε:

$$v_2 \Delta t = 1,5 v_0 \cdot t_1 \rightarrow v_2 = 1,5 v_0$$

Για την ταχύτητα της Β σφαίρας έχουμε:



$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 \rightarrow$$

$$\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{3}{2} v_0 \rightarrow 4m_1 = 3m_1 + 3m_2 \rightarrow m_1 = 3m_2$$

Σωστή η γ) εκδοχή.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)