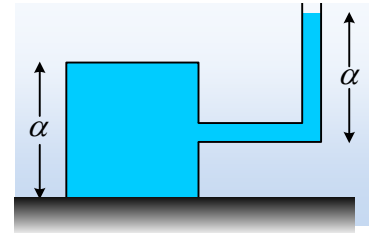


Η πίεση και η αρχή του Pascal.

Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς $a=2\text{m}$ είναι γεμάτο με νερό και ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο μέσον της μιας έδρας του υπάρχει σωλήνας, όπου το νερό φτάνει σε ύψος επίσης a .

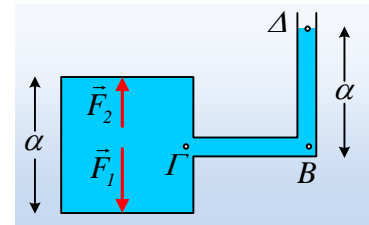


i) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω και κάτω έδρα του κύβου, αν $g=10\text{m/s}^2$ και $\rho_{\text{ατ}}=10^5\text{N/m}^2$.

ii) Τοποθετούμε αβαρές έμβολο στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού, φράζοντας τον σωλήνα. Αν το εμβαδόν του σωλήνα είναι $A_1=10\text{cm}^2$ και ασκήσουμε στο έμβολο μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου $F=20\text{N}$, να βρεθεί ξανά η δύναμη στις παραπάνω έδρες του δοχείου.

Απάντηση:

i) Έστω δύο σημεία Β και Γ στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπου το Γ ισαπέχει από τις δυο βάσεις του δοχείου. Η πίεση στο σημείο Δ είναι $p_{\Delta}=p_{\text{ατ}}=10^5\text{N/m}^2$. Αλλά τότε η πίεση στο σημείο Β, ίση με την πίεση στο Γ, είναι:



$$p_B = p_{\Delta} + \rho g a \rightarrow$$

$$p_B = 10^5 \text{ N/m}^2 + 10^3 \cdot 10 \cdot 2 \text{ N/m}^2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Αν η πίεση στην πάνω έδρα του κύβου είναι p_2 ισχύει:

$$p_{\Gamma} = p_2 + \rho g h \rightarrow p_2 = p_{\Gamma} - \rho g \frac{a}{2} \rightarrow$$

$$p_2 = p_{\Gamma} - \rho g \frac{a}{2} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 - 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \text{ N/m}^2 = 1,1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Αλλά τότε } F_2 = p_2 \cdot A = p_2 \cdot a^2 \rightarrow$$

$$F_2 = 1,1 \cdot 10^5 \cdot 2^2 \text{ N} = 4,4 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

Με την ίδια λογική, αν p_1 η πίεση στην κάτω έδρα, θα έχουμε:

$$p_1 = p_{\Gamma} + \rho g h \rightarrow p_1 = p_{\Gamma} + \rho g \frac{a}{2} \rightarrow$$

$$p_1 = p_{\Gamma} + \rho g \frac{a}{2} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \text{ N/m}^2 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Οπότε:

$$F_1 = p_1 \cdot A = p_1 \cdot a^2 \rightarrow$$

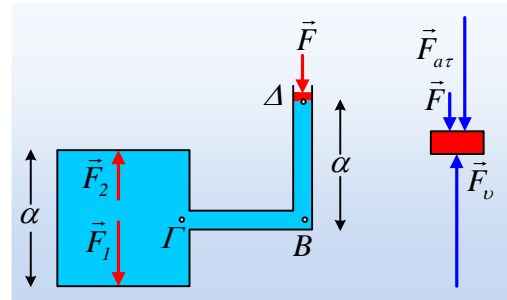
$$F_1 = 1,3 \cdot 10^5 \cdot 2^2 \text{ N} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

- ii) Τι αλήθεια συμβαίνει, όταν ασκήσουμε μια κατακόρυφη δύναμη F στο έμβολο; Το νερό θεωρείται ασυμπίεστο υγρό, συνεπώς ο όγκος του δεν θα μεταβληθεί και το έμβολο θα ισορροπεί, με την επίδραση της δύναμης F_{at} από την ατμόσφαιρα, της δύναμης F και της δύναμης F_v από το υγρό. Αλλά τότε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_v=F_{at}+F \rightarrow$$

$$P_{\Delta} \cdot A_I = p_{at} \cdot A_I + F \rightarrow$$

$$p_{\Delta} = p_{at} + \frac{F}{A_I}$$



Δηλαδή η άσκηση της δύναμης F στο έμβολο, έχει ως άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση της πίεσης στο σημείο Δ του υγρού κατά $\frac{F}{A_I}$. Συνήθως γράφεται, ότι ασκώντας την εξωτερική δύναμη F , ασκούμε

εξωτερική πίεση $\frac{F}{A_I}$, πράγμα που δεν είναι σωστό, αφού η πίεση δεν ασκείται. Ασκούμε δύναμη στο

υγρό (μέσω του εμβόλου), οπότε προκαλείται αύξηση της πίεσής του, κατά $\frac{F}{A_I}$. Αυτή δε η αύξηση

της πίεσης, σύμφωνα με την **Αρχή του Pascal**, είναι η ίδια για όλα τα σημεία του υγρού! Έτσι τώρα η πίεση σε ένα σημείο του υγρού, έστω σε επαφή με την πάνω έδρα του δοχείου, θα είναι αυξημένη ε-

πίσης κατά $\frac{F}{A_I}$, θα είναι δηλαδή ίση με $p_1' = p_1 + \frac{F}{A_I}$. Με βάση αυτά:

$$p_2' = p_2 + \frac{F}{A_I} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 + \frac{20 \text{ N}}{10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Οπότε και $F_2' = p_2' \cdot A = 1,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 4 \text{ m}^2 = 5,2 \cdot 10^5 \text{ N}$

$$p_1' = p_1 + \frac{F}{A_I} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 + \frac{20 \text{ N}}{10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Οπότε και $F_1' = p_1' \cdot A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 4 \text{ m}^2 = 6 \cdot 10^5 \text{ N}$

dmargaris@gmail.com