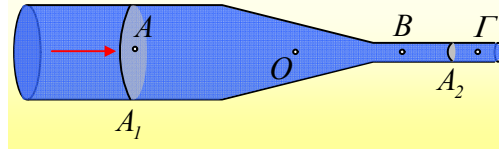


Η παροχή και η συνέχεια σε ένα σωλήνα.

Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζεται ένα τμήμα ενός οριζώντιου σωλήνα, εντός του οποίου έχουμε μια στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού, σταθερής παροχής.



i) Για τις ταχύτητες ροής στα σημεία A, B και Γ ισχύει:

$$\alpha) v_A = v_B = v_\Gamma, \quad \beta) v_A > v_B > v_\Gamma, \quad \gamma) v_A < v_B = v_\Gamma.$$

ii) Ένα σωματίδιο ρευστού κατά την κίνησή του από το σημείο B στο σημείο Γ επιταχύνεται ή όχι;

iii) Για να μπορεί να υπάρξει η ροή αυτή, θα πρέπει $p_A = p_\Gamma$.

iv) Αν για τις δυο διατομές A_1 και A_2 του σχήματος ισχύει ότι $A_1 = 20A_2$ και η ταχύτητα ροής στο σημείο B είναι $v_B = 2\text{m/s}$, να βρεθεί η ταχύτητα του υγρού στο σημείο A.

v) Ένα σωματίδιο ρευστού στη θέση O επιταχύνεται ή όχι; Αν ναι πού οφείλεται η επιτάχυνσή του;

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Από το νόμο της συνέχειας έχουμε:

$$A_1 \cdot v_A = A_2 \cdot v_B = A_2 \cdot v_\Gamma$$

Αλλά τότε αφενός $v_B = v_\Gamma$, αφετέρου επειδή $A_1 > A_2$ θα έχουμε ότι $v_A < v_B$. Συνεπώς η σωστή σχέση είναι η $\gamma)$ δηλαδή $v_A < v_B = v_\Gamma$.

ii) Αφού η παροχή παραμένει σταθερή, θα είναι και σταθερή η ταχύτητα του υγρού, κάθε στιγμή στο σημείο B ($\Pi = A_B \cdot v_B$). Δηλαδή ένα σωματίδιο ρευστού δεν έχει επιτάχυνση στη θέση B. Αλλά, όπως δείξαμε και παραπάνω σταθερή ταχύτητα έχουμε στον στενό σωλήνα από το B στο Γ. Συνεπώς το σωματίδιο ρευστού, δεν επιταχύνεται μεταξύ των θέσεων B και Γ.

iii) Εφαρμόζοντας το νόμο του Bernoulli, μεταξύ των σημείων A και Γ παίρνουμε:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_\Gamma + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 \rightarrow$$

$$p_A - p_\Gamma = \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 > 0$$

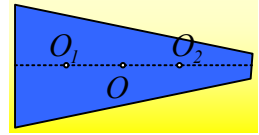
Αφού $v_A < v_\Gamma$ θα ισχύει και $p_A - p_\Gamma > 0$ ή $p_A > p_\Gamma$.

iv) Από το νόμο της συνέχειας $A_1 \cdot v_A = A_2 \cdot v_B$, οπότε:

$$v_A = \frac{A_2}{A_1} v_B = \frac{A_2}{20A_2} v_B = \frac{1}{20} 2\text{m/s} = 0,1\text{m/s}$$

v) Η παροχή σε κάθε διατομή του σωλήνα είναι ίση $\Pi = A \cdot v$.

Αλλά τότε αν το εμβαδόν της διατομής παραμένει σταθερό, θα παραμένει σταθερή και η ταχύτητα ροής. Στην περιοχή όμως που μειώνεται το εμβαδόν της διατομής, όπως στο σημείο O, η ταχύτητα ροής αυξάνεται. Έτσι αν πάρουμε τα σημεία O₁ και O₂, όπως στο σχήμα, από το νόμο του νόμο της συνέχειας έχουμε:



$$A_{O_1} \cdot v_1 = A_{O_2} \cdot v_2 \rightarrow$$

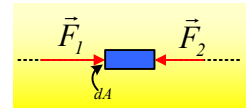
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_{O_2}}{A_{O_1}} < 1$$

Δηλαδή ένα σωματίδιο ρευστού κινούμενο από το σημείο O₁ στο σημείο O₂ η ταχύτητά του θα αυξάνεται, πράγμα που σημαίνει ότι επιταχύνεται.

Εξάλλου από το νόμο του Bernoulli, θα έχουμε:

$$p_{O_1} + \frac{1}{2} \rho v_{O_1}^2 = p_{O_2} + \frac{1}{2} \rho v_{O_2}^2 \rightarrow$$

Οπότε αφού $v_{O_2} > v_{O_1}$ θα έχουμε και $p_{O_1} > p_{O_2}$, πράγμα που σημαίνει ότι κατά μήκος της ρευματικής γραμμής που συνδέει τα O₁, O₂ η πίεση μειώνεται. Αλλά τότε, αν πάρουμε σε μεγέθυνση ένα τέτοιο στοιχειώδες σωματίδιο ρευστού, θα δέχεται στην διεύθυνση της κίνησής του τις δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα με μέτρα:



$$F_1 = p \cdot dA \text{ και } F_2 = (p - dp) \cdot dA$$

με συνισταμένη προς τα δεξιά, οπότε και θα επιταχύνεται στην ίδια κατεύθυνση.

Συμπέρασμα:

Αιτία της επιτάχυνσης στο σημείο O, κάθε σωματιδίου ρευστού, είναι η διαφορά πιέσεως που εμφανίζεται κατά μήκος του σωλήνα ο οποίος στενεύει!

dmargaris@gmail.com