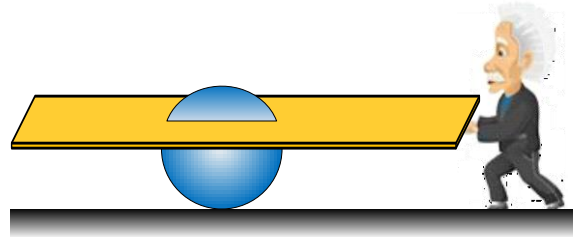


Πόσο μεγάλη τομή;

A. Ένας λεπτός ομογενής δίσκος μάζας M και ακτίνας R μπορεί να κυλιέται σε οριζόντιο επίπεδο με την βοήθεια δύναμης που ασκούμε μέσω μιας σανίδας πάχους λίγο μεγαλύτερου από αυτό του δίσκου. Πόσο μεγάλη τομή θα πρέπει να ανοίξουμε στην ράβδο ώστε να μπει μέσα μέρος του δίσκου, έτσι ώστε ο ίδιος δίσκος να μπορεί να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο επίπεδο;



α. $d = \frac{R}{2}$ **β.** $d = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ **γ.** $d = R\sqrt{3}$

B. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία έχοντας αυτή την φορά αντί για δίσκο λεπτό ομογενές στεφάνι ίδιας μάζας και ακτίνας έχοντας όλη την μάζα του συγκεντρωμένη στην περιφέρεια.

Η τομή που πρέπει να γίνει στην περίπτωση αυτή είναι:

α. $d = 0$ **β.** $d = R$ **γ.** $d = \frac{R}{2}$

Να επιλέξετε τις σωστές σχέσεις και να τις αιτιολογήσετε.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I = \frac{1}{2}MR^2$ και λεπτού ομογενούς στεφανιού $I = MR^2$.

Θεωρήστε ότι η τομή που ανοίγουμε είναι τελείως λεία έτσι ώστε η δύναμη που ασκείται από την δοκό στο δίσκο να είναι οριζόντια, ενώ όταν η δοκός ακουμπά το πάνω μέρος του δίσκου υπάρχει αρκετά μεγάλη τριβή ώστε να μην παρατηρείται σχετική κίνηση μεταξύ τους. Επίσης κύριος της εικόνας (που εντελώς τυχαία θυμίζει κάποιον), φορά παπούτσια που μπορεί να περπατά και στον πάγο.

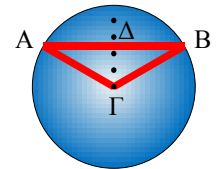
Λύση

A. Για την μεταφορική και την στροφική κίνηση ενός στερεού με ροπή αδράνειας $I = \lambda MR^2$, όπου $\lambda > 0$, ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F &= m\alpha_{cm} \\ \Sigma \tau &= I_{cm}\alpha_{\gamma} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F &= m\alpha_{cm} \\ Fr &= \lambda m R^2 \alpha_{\gamma} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha_{cm} &= \frac{F}{m} \\ \alpha_{\gamma} &= \frac{Fr}{\lambda m R^2} \end{aligned}$$

Για να έχουμε κίνηση χωρίς ολίσθηση θα πρέπει: $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma} \Rightarrow \frac{F}{m} = R \frac{Fr}{\lambda m R^2} \Rightarrow r = \lambda R$ (1)

Άρα για τον δίσκο προκύπτει $r = \frac{R}{2}$.



Στο τρίγωνο ABΓ ή AB είναι η ζητούμενη τομή που πρέπει να κάνουμε στην δοκό ενώ η πλευρά ΓΔ είναι ο μοχλοβραχίονας της δύναμης \vec{F} άρα $(\Gamma\Delta) = r$. Οπότε:

$$(\Delta\Gamma)^2 = (\Delta A)^2 + (\Delta B)^2 \Rightarrow R^2 = (\Delta A)^2 + \frac{R^2}{4} \Rightarrow (\Delta A) = \frac{\sqrt{3}}{2} R \text{ και επειδή η } (\Gamma\Delta) \text{ είναι μεσοκάθετος έχουμε:}$$

$$(\Delta B) = 2(\Delta A) \Rightarrow (\Delta B) = R\sqrt{3}$$

Άρα σωστή απάντηση η **γ**.

B. Στην δεύτερη περίπτωση από την σχέση (1) προκύπτει ότι $r = R$, δηλαδή θα πρέπει η δύναμη να ασκείται στο ανώτερο σημείο οπότε δεν χρειάζεται να κάνουμε κάποια τομή στη δοκό.

Άρα σωστή απάντηση η **α**.