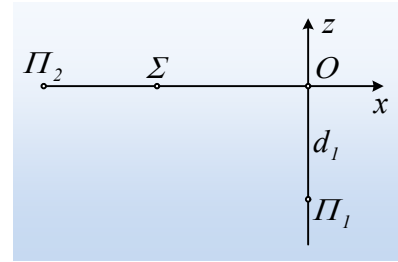


Επιφανειακή συμβολή.

Στην επιφάνεια ενός υγρού ηρεμούν δύο πηγές Π_1 και Π_2 , όπως στο σχήμα (κάτωψη), όπου οι πηγές βρίσκονται σε σημεία δύο κάθετων μεταξύ τους αξόνων x και z , ενώ η πηγή Π_1 απέχει κατά $d_1=1,5\text{m}$ από την αρχή O των αξόνων. Σε μια στιγμή $t=0$, οι δύο πηγές τίθενται ταυτόχρονα σε ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση με εξισώσεις $y=0,2\cdot\eta\mu 2\pi t$ (S.I.). Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού και δεχόμαστε ότι έχουν σταθερό πλάτος. Τη στιγμή $t_1=3\text{s}$ το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο O , ενώ το δεύτερο στο σημείο Σ , όπου $(O\Sigma)=2\text{m}$.



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθώς και η απόσταση $(O\Pi_2)$ της δεύτερης πηγής από την αρχή O των αξόνων.
- ii) Να βρεθούν οι απομακρύνσεις και οι ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Σ και O τη στιγμή $t_3=4\text{s}$.
- iii) Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το σημείο O , μέχρι να φτάσει και το δεύτερο κύμα; Να βρεθεί η εξίσωση ταλάντωσης του O μετά τη συμβολή.
- iv) Να υπολογιστεί ο λόγος K_1/K_2 όπου K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια μιας στοιχειώδους μάζας m στο σημείο O , πριν την συμβολή και K_2 η αντίστοιχη μέγιστη κινητική ενέργεια, μετά τη συμβολή.
- v) Πόσα σημεία μεταξύ Σ και O , πάνω στον άξονα x ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;

Απάντηση:

- i) Το πρώτο κύμα για να διαδοθεί από την πηγή Π_1 στο σημείο O χρειάζεται χρονικό διάστημα t_1 , οπότε η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση:

$$v = \frac{d_1}{t_1} = \frac{1,5\text{m}}{3\text{s}} = 0,5\text{m/s}$$

Αλλά ίδια τιμή έχει και η ταχύτητα διάδοσης του 2^{ου} κύματος, αφού αυτή εξαρτάται από το μέσον διάδοσης, συνεπώς σε χρόνο t_1 και το κύμα αυτό διαδίδεται σε απόσταση $(\Pi_2\Sigma)=d_1=1,5\text{m}$. Αλλά τότε:

$$(\Pi_2O) = (\Pi_2\Sigma) + (\Sigma O) = 1,5\text{m} + 2\text{m} = 3,5\text{m}.$$

- ii) Με βάση την εξίσωση ταλάντωσης των πηγών $y=0,2\cdot\eta\mu 2\pi t$ προκύπτει ότι το πλάτος του κύματος θα είναι $A=0,2\text{m}$, ενώ $\omega=2\pi \rightarrow f=1\text{Hz}$ ($T=1\text{s}$), οπότε από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής:

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 0,5\text{m}$$

Έτσι οι εξισώσεις των δύο κυμάτων θα είναι της μορφής $y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$, οπότε:

$$y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi (t - 2r_1) \quad \text{και} \quad y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi (t - 2r_2) \quad (\text{S.I.})$$

Το δεύτερο κύμα θα φτάσει στο Ο τη στιγμή $t_2 = \frac{d_2}{v} = \frac{3,5m}{0,5m/s} = 7s$, συνεπώς το σημείο Ο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος και έχει απομάκρυνση:

$$y_{1/t_3} = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0$$

Και ταχύτητα $v_{1/t_3} = 0,2 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0,4\pi \text{ m/s}$

Εξάλλου με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος βρίσκουμε:

$$(O_1\Sigma) = \sqrt{(O_1O)^2 + (OS)^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = \sqrt{6,25}m = 2,5m$$

Και το πρώτο κύμα θα χρειαστεί χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{(O_1\Sigma)}{v} = \frac{2,5}{0,5}s = 5s$ για να φτάσει στο Σ. Τη στιγμή λοιπόν $t_3=4s$, το κύμα αυτό δεν έχει φτάσει στο Σ, το οποίο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του 2^{ου} κύματος έχοντας απομάκρυνση:

$$y_{2/t_3} = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_2) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0$$

Και ταχύτητα $v_{2/t_3} = 0,2 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(t_3 - 2r_2) = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0,4\pi \text{ m/s}$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι τα δυο σημεία ταλαντώνονται ταυτόχρονα, έχοντας κάθε στιγμή την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.

iii) Με βάση τα παραπάνω, το σημείο Ο θα ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = 7s - 3s = 4s$, εκτελώντας $N = f \cdot \Delta t = 1 \cdot 4 = 4$ ταλαντώσεις.

Από τη στιγμή t_2 που φτάνει και το δεύτερο κύμα, έχουμε συμβολή και με βάση την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε για την απομάκρυνση του Ο:

$$y_o = y_1 + y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2r_1) + 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2r_2) \rightarrow$$

$$y_o = 2 \cdot 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) = 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{3,5 - 1,5}{2 \cdot 0,5} \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{1,5 + 3,5}{2 \cdot 0,5} \right) \rightarrow$$

$$y_o = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 5) \text{ μονάδες στο S.I. με } t \geq 7s$$

iv) Για το λόγο των μεγίστων κινητικών ενεργειών έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m v_{o1}^2}{\frac{1}{2} m v_{o2}^2} = \frac{\omega^2 A_1^2}{\omega^2 A_2^2} = \frac{0,2^2}{0,4^2} = \frac{1}{4}$$

Μετά τη συμβολή δηλαδή η μέγιστη κινητική ενέργεια γίνεται τετραπλάσια της αντίστοιχης λόγω του ενός κύματος.

v) Με βάση τα προηγούμενα στο σημείο Ο έχουμε ενίσχυση με πλάτος ταλάντωσης 2 Α. Αν το ελέγξουμε με βάση τη διαφορά των δρόμων που ακολουθούν τα δυο κύματα, θα έχουμε:

$$r_2 - r_1 = 3,5m - 1,5m = 2m = 4\lambda$$

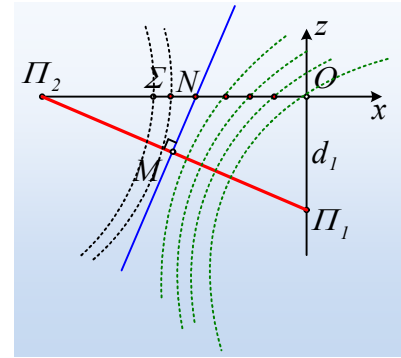
Πράγμα που σημαίνει ότι το σημείο Ο βρίσκεται στην 4^η υπερβολή ενισχυτικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου της $\Pi_1\Pi_2$.

Αντίστοιχα για το σημείο Σ έχουμε:

$$r'_1 - r'_2 = 2,5m - 1,5m = 1m = 2 \cdot \lambda$$

Δηλαδή το σημείο Σ βρίσκεται στην 2^η υπερβολή ενισχυτικής συμβολής, αριστερά της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει τις δυο πηγές.

Αλλά τότε τα σημεία, πάνω στον άξονα x, μεταξύ Ο και Σ, τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι 5. Τα τρία δεξιά της μεσοκαθέτου, το ένα αριστερά και ένα σημείο πάνω στη μεσοκάθετο.



Σχόλιο:

Καθώς κινούμαστε από το Ο προς το Σ, κατά μήκος του άξονα x, η απόσταση r_2 από την πηγή Π_2 μειώνεται, ενώ αντίθετα η απόσταση από την πηγή Π_1 αυξάνεται, αφού $r_1 = \sqrt{(\Pi_1 O)^2 + x^2} = \sqrt{d_1^2 + x^2}$. Αλλά τότε θα έχουμε μια συνεχή μείωση της διαφοράς $r_2 - r_1$, η οποία από την τιμή $2m = 4\lambda$, θα πάρει τιμή $3\lambda = 1,5m$, 2λ , λ και σε κάποιο σημείο N, θα μηδενιστεί. Το σημείο N είναι πάνω στη μεσοκάθετο της $\Pi_1\Pi_2$.

dmargaris@gmail.com