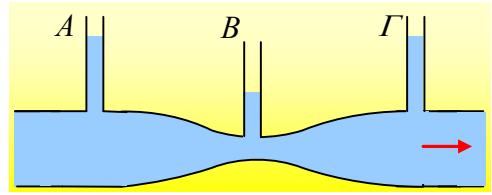


Το ύψος και η ταχύτητα σε σωλήνα με στένωμα.

Ο οριζόντιος σωλήνας του σχήματος, διατομής $A_A=A_1=20\text{cm}^2$ παρουσιάζει σε μια περιοχή ένα στένωμα διατομής $A_B=A_2=5\text{cm}^2$. Στο σωλήνα ρέει νερό που στο στένωμα έχει ταχύτητα $0,8\text{m/s}$. Το ύψος του νερού στο σωλήνα Α είναι 23cm .



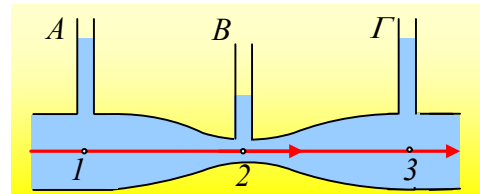
- i) Πόσο είναι το ύψος του νερού στο σωλήνα Β και πόσο στο σωλήνα Γ, όπου ο σωλήνας έχει ξανά διατομή A_1 .
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο στένωμα, όταν το ύψος του νερού στον σωλήνα Α είναι 12cm και στον Β μηδέν.

Η ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ιδανικού ρευστού, ενώ η πυκνότητα του νερού είναι ίση με 1.000kg/m^3 .

Απάντηση:

- i) Ας εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 της ρευματικής γραμμής του διπλανού σχήματος:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (1)$$



Όπου $p_1 = p_{\text{atm}} + \rho g h_1$ και $p_2 = p_{\text{atm}} + \rho g h_2$ με h_1 το ύψος του νερού στον σωλήνα Α και h_2 το αντίστοιχο ύψος στο σωλήνα Β.

Εξάλλου από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στις θέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2 = \frac{5\text{cm}^2}{20\text{cm}^2} \cdot 0,8\text{m/s} = 0,2\text{m/s}$$

Έτσι με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$p_{\text{atm}} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{\text{atm}} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \rightarrow$$

$$2gh_1 + v_1^2 = 2gh_2 + v_2^2 \rightarrow$$

$$h_2 = h_1 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = 0,23\text{m} + \frac{0,2^2 - 0,8^2}{2 \cdot 10} \text{m} = 0,2\text{m}$$

Αλλά ο σωλήνας στη θέση (3) έχει την ίδια διατομή με το σωλήνα στη θέση (1) και από την εξίσωση της συνέχειας, προκύπτει ότι $v_1=v_3$. Οπότε και από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 3 θα πάρουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 \rightarrow p_1 = p_3 \rightarrow h_3 = h_1 = 23\text{cm}$$

ii) Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στις θέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$A_1 \cdot v'_1 = A_2 \cdot v'_2 \rightarrow v'_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v'_1 = 4v'_1$$

Με εφαρμογή την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 της ρευματικής γραμμής του παραπάνω σχήματος παίρνουμε:

$$p'_1 + \frac{1}{2} \rho v'^2_1 = p'_2 + \frac{1}{2} \rho v'^2_2 \rightarrow$$

$$p_{atm} + \rho g h'_1 + \frac{1}{2} \rho v'^2_1 = p_{atm} + \rho g h'_2 + \frac{1}{2} \rho (4v'_1)^2 \rightarrow$$

$$15 \frac{1}{2} \rho v'^2_1 = \rho g h'_1 \rightarrow v'_1 = \sqrt{\frac{2}{15} g h'_1}$$

$$v'_1 = \sqrt{\frac{2}{15} g h'_1} = \sqrt{\frac{2}{15} 10 \cdot 12 \cdot 10^{-2} m / s} = 0,4 m / s \rightarrow$$

Οπότε:

$$v'_2 = 4v'_1 = 4 \cdot 0,4 m / s = 1,6 m / s$$

dmargaris@gmail.com